

Paperin neliömassan ennustaminen monimuuttujaregression avulla

Nuutti Loikkanen

Insinöörیتieteiden korkeakoulu

Kandidaatintyö

Otaniemi, Espoo 11. toukokuuta 2026

Vastuupettaja:

Apulaisprofessori Raine Viitala

Työn ohjaajat:

TkT Tuomas Tiainen

DI Sampo Haikonen

Tekijä: Nuutti Loikkanen

Työn nimi: Paperin neliömassan ennustaminen monimuuttujaregression avulla

Päivämäärä: 11. toukokuuta 2026

Kieli: Suomi

Sivumäärä: 4+27

Koulutusohjelma: Energia- ja konetekniikka

Vastuuopettaja: Apulaisprofessori Raine Viitala

Työn ohjaajat: TkT Tuomas Tiainen, DI Sampo Haikonen

Tässä kandidaatintyössä tutkittiin paperin neliömassan ennustamista vaihtoehtoisella, ionisoivasta säteilystä vapaalla menetelmällä. Paperiteollisuudessa neliömassaa mitataan perinteisesti beetaradiografiaan perustuvilla antureilla, mutta menetelmään liittyvä radioaktiivisuus aiheuttaa merkittäviä kustannuksia sekä tiukkoja turvallisuus- ja sääntelyvaatimuksia. Tutkimuksen tavoitteena oli selvittää, voidaanko neliömassaa estimoida luotettavasti hyödyntämällä tietoa paperin valonläpäisevyydestä ja paksuudesta, sekä luomalla näiden pohjalta muodostettuja regressiivisiä malleja.

Tutkimus toteutettiin analysoimalla neljästä eri paperista tuotettua korkean resoluution mittaustietoa. Menetelmänä käytettiin pienimmän neliösumman (PNS) estimointia, jolla muodostettiin kolme erilaista regressiomallia neliömassan ennustamiseksi. Tulokset osoittivat, ettei tutkituilla muuttujilla saavutettu riittävää ennustetarkkuutta beetasäteilymittauksen korvaamiseksi millään tarkastelluista paperilaaduista. Tulosten perusteella pelkkä transmissiivisuuden ja paksuuden lineaarinen yhdistelmä ei tarjoa riittävää näyttöä menetelmän teolliselle soveltuvuudelle, ja aiheen jatkokehitys vaatisi huomattavasti laajempaa aineistoa sekä mahdollisesti epälineaaristen mallien hyödyntämistä.

Avainsanat: Korrelaatio, Paperi, Neliömassa

Esipuhe

Haluan kiittää Tapio Measurement Technologies Oy:ta mielenkiintoisen tutkimusaiheen sekä -datan tarjoamisesta. On ollut erittäin mielekästä tutkia itselle täysin uudenlaista asiaa tutun teollisuudenalan ympärillä. Kiitos myös ohjaajilleni Tuomas Tiaiselle sekä Sampo Haikoselle saamastani korkeatasoisesta avusta läpi koko työprosessin.

Otaniemi, 11. toukokuuta 2026

Nuutti Loikkanen

Sisällysluettelo

Tiivistelmä	ii
Esipuhe	iii
Sisällysluettelo	iv
1 Johdanto	1
2 Aikaisempi tutkimus	3
2.1 Paperin neliömassan mittaamisen kehitys	3
2.2 Neliömassan vaihtoehtoiset estimointimenetelmät	4
3 Monimuuttujaregressio ennustamismenetelmänä	6
3.1 Korrelaatioanalyysi	6
3.2 Monimuuttujaregressio ja neliömassan estimointi	7
3.3 Regressiomallit estimoinnin työkaluina	8
3.4 Tutkimuslaitteisto	9
3.5 Tutkimusaineisto	10
3.6 Analytiikkaohjelmisto	11
4 Tulokset	12
4.1 Paperi 1	12
4.2 Paperi 2	14
4.3 Paperi 3	15
4.4 Paperi 4	16
4.5 Käytettyjen regressiomallien painokertoimet	17
4.6 Mitatun signaalin suodattumisesta	19
4.7 Koonti	19
5 Tarkastelu	20
6 Viitteet	22
7 Liitteet	24

1 Johdanto

Tuotetun paperin laadun analysointi on keskeisessä roolissa paperiteollisuuden kaltaisessa suuren volyymin prosessiteknologiassa. Oikein toteutetulla analytiikalla voidaan havaita poikkeamat lopputuotteen laadussa ennen kuin ne ehtivät aiheuttaa lisäkustannuksia ja menetettyjä resursseja hylkyerien tai tuotantoseisokkien muodossa.

Paperin yksi keskeisimmistä laatumuuttujista on neliömassa, joka vaikuttaa useisiin paperin ominaisuuksiin, kuten sen lujuuteen ja painatusominaisuuksiin [1]. Neliömassan mittaaminen toteutetaan nykypäivänä alan standardiksi muodostuneella beetasäteilyyn perustuvalla radiografialla [2]. Menetelmään liittyvät radioaktiivisen säteilylähteen käyttö ja tiukka sääntely aiheuttavat kuitenkin huomattavia kustannuksia ja erikoisjärjestelyjä alan toimijoille. Tästä syystä teollisuudessa on vuosikymmeniä etsitty vaihtoehtoisia, säteilyvapaita estimointimenetelmiä, jotka vastaisivat tarkkuudeltaan ja käytettävyydeltään perinteistä beetasäteilymenetelmää [3, 4].

Tämän tutkimuksen tavoitteena on selvittää, voidaanko neliömassaa ennustaa muiden paperista mitattujen suureiden avulla luoduilla lineaarisilla malleilla. Yksi hyvin tunnettu vaihtoehto neliömassan ennustamiselle perustuu beetaradiografian tavoin transmissiivisuuteen, eli aineen kykyyn läpäistä säteilyä [5]. Ionisoivan beetasäteilyn sijaan menetelmässä käytetään näkyvää valoa tai infrapunasäteilyä. Jälkimmäinen on kuitenkin vähemmän käytetty menetelmä eikä sitä käsitellä tässä tutkimuksessa. Tästä edes, kun tässä tekstissä puhutaan transmissiivisuudesta, viitataan nimenomaan näkyvän valon transmissiivisuuteen.

Paperin neliömassan ja valon transmissiivisuuden välillä on todettu vallitsevan vahva käänteinen korrelaatio: massan kasvaessa valon läpäisykyky heikkenee [5]. Haasteena on kuitenkin se, että paperi ei koskaan ole täysin tasalaatuista, ja transmissiivisuuteen vaikuttavat myös paperin kuitujen orientaatio, pinnan laatu sekä erityisen vahvasti mahdolliset täyteaineet [2]. Etenkään suurilla tuotantonopeuksilla ja erilaatuisilla papereilla transmissiivisuus yksin ei lähtökohtaisesti tarjoa riittävää tarkkuutta neliömassan ennustamiseen.

Transmissiivisuuden ohella myös paperin neliömassan ja sen paksuuden välillä on tunnistettu merkittävä korrelaatio: paperin paksuuden kasvaessa sen neliömassan voi luonnollisesti olettaa kasvavan, koska massa on riippuvainen aineen tilavuudesta [6]. Korrelaatiota neliömassan kanssa ei ole kuitenkaan osoitettu yhtä vahvaksi kuin transmissiivisuudella. Epätäydellisyys liittyy tässäkin tapauksessa paperin heterogeeniseen rakenteeseen: Paperin harvemmat alueet voivat esimerkiksi olla paksumpia, mutta kevyempiä verrattuna tiiviimpiin alueisiin [7].

Työn kokeellisessa osuudessa tutkitaan, voidaanko edellä esitettyjen suureiden korrelaatiota neliömassan kanssa parantaa monimuuttujaisten mallien avulla, joissa malliin sisällytetään samanaikaisesti sekä transmissiivisuus- että paksuusmittaukset. Teoreettisena oletuksena on, että paksuusmittaus tuo malliin informaatiota raken-

teellisestä tilavuudesta, joka kompensoi transmissiivisuussmittauksessa ilmenevää epävarmuutta ja valon siroamista.

Tutkimuksessa hyödynnetään jo olemassa olevan kirjallisuuden lisäksi Tapio Measurement Technologies Oy:n tuottamaa tiheän mittausvälin dataa neljästä eri paperista. Datassa useat eri laatumuuttujat on mitattu samasta fyysisestä pisteestä paperissa. Aineistoa analysoidaan yrityksen omalla avoimen lähdekoodin analytiikkaohjelmistolla [8].

Tutkimus on rajattu tarkastelemaan neliömassan, transmissiivisuuden ja paksuuden välistä lineaarista riippuvuutta. Rajausta perustellaan alustavilla havainnoilla, joiden mukaan muu saatavilla oleva mittausdata – kuten tuhkapitoisuus, kirkkaus ja kiilto – ei tuo tutkimukseen lisäarvoa, kun hyödynnetään korrelaatioanalyysia neliömassan estimoimiseksi. Näillä suureilla ei siis ole havaittu merkittävää korrelaatiota neliömassan kanssa.

Seuraavassa luvussa käsitellään yleisesti neliömassan erilaisia mittausmenetelmiä ja niiden kehittymistä teollisen paperintuotannon alkua ajoista nykyhetkeen. Kolmas luku taustoittaa tässä tutkimuksessa käytettäviä matemaattisia työkaluja sekä esittelee tutkimuslaitteiston ja -aineiston. Neljännessä luvussa esitetään tutkimuksessa tuotetut tulokset sekä tehdään havaintoja tuotetusta datasta. Viimeisessä luvussa käydään saadut tulokset läpi ja niiden merkitystä, sekä arvioidaan mahdollisten jatkotutkimusten tarvetta.

2 Aikaisempi tutkimus

Tässä luvussa käsitellään paperin neliömassan mittaustekniikoiden historiallista kehitystä sekä nykyisin teollisuuden käytössä olevia standardeja. Lisäksi syvennytään neliömassan estimointiin käytettyihin menetelmiin ja analysoidaan tarvetta uusille epäsuorille mittaustavoille osana paperintuotannon prosessianalytiikkaa.

2.1 Paperin neliömassan mittaamisen kehitys

Paperin neliömassa [g/m^2] (engl. *basis weight* tai *grammage*) on määritelty ISO 536 -standardin mukaisesti paperin massan ja pinta-alan suhteena [9]. Ensimmäiset 150 vuotta teollisen paperinvalmistuksen historiassa – eli noin vuosina 1800–1950 – teollisuudessa luotettiin yksinomaan gravimetrisiin menetelmiin. Näissä menetelmissä valmiista paperista otetaan fyysisiä näytepaloja, jotka punnitaan tarkkuusvaa’alla laboratorio-olosuhteissa. [6]

Vaikka menetelmä itsessään on erittäin tarkka, se antaa dataa vain hyvin pienestä osasta rullaa, eikä data ole paikallista, vaan ennemminkin alueellinen keskiarvo. Suuren volyymin tuotannossa gravimetrisen mittauksen suurena ongelmana on myös vasteaika; tiedon saaminen laatueroista kestää liian kauan, jotta sillä olisi prosessinhallinnan kannalta todellista hyötyä.

Paperin neliömassan mittaaminen edistyi merkittävästi 1950-luvulla, kun toisen maailmansodan jälkeen ydinfysiikan tutkimus alkoi ulottua myös siviilipuolelle ja ensimmäiset beetasäteilyyn (β -säteilyyn) perustuvat mittausrakenteet kehitettiin. Menetelmän fysikaalinen periaate liittyy säteilyn absorptioon: paperia kohti emittoituu beetasäteilyä, tyypillisesti Kr-85- tai Pm-147-isotoopista, ja paperin toisella puolella oleva anturi mittaa läpäisseen säteilyn intensiteetin. [10]

Säteilyn vaimeneminen noudattaa Beer–Lambertin lakia [11], joka kertoo, että säteilyn intensiteetti laskee suoraan verrannollisesti sen väliaineessa etenemään matkaan nähden. Tämä voidaan esittää myös matemaattisesti alla olevalla kaavalla

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_0 e^{-\mu x} \quad (1)$$

, jossa \mathbf{I} on säteilyn intensiteetti, μ väliaineen massavaimenemiskerroin sekä x säteilyn etenemä matka väliaineessa. Koska beetasäteilyssä emittoituvat elektronit vaimenevat ensisijaisesti vain vuorovaikutuksessa toisten elektronien kanssa, beetasäteilyn absorptio riippuu lähinnä väliaineen massasta eikä juurikaan kemiallisesta koostumuksesta tai tilavuudesta. Täten menetelmä soveltuu erityisen hyvin neliömassan mittaamiseen. Beetasäteilymittaus mahdollisti ensimmäistä kertaa neliömassan jatkuvan mittaamisen reaaliajassa paperiradan edetessä, jolloin datasta voitiin havaita trendejä ja käyttää tuloksia hyödyksi prosessin ohjauksessa.

Neliömassaa voidaan mitata myös röntgenradiografialla. Tämä menetelmä on käytössä teollisuudessa ja uusia laitteistoja myydään paperinvalmistajille. Röntgenmittauksen etuna on se, ettei se vaadi radioaktiivista lähdettä, vaan säteily tuotetaan sähköisesti röntgenputkella. Tämä voi helpottaa mittalaitteiston turvallisuusmääräyksiä ja luvitusta. Röntgenmittaus on erityisen käyttökelpoinen menetelmä hyvin ohuille paperilaaduille ja toimiva menetelmä myös hyvin tasalaatuisille papereille. [6]

Röntgensäteilylläkin on beetasäteilyn tavoin tutkittu onnistuneesti paperin massa- ja tiheysvaihteluja [12]. Fysikaalisesti röntgenmittaus on kuitenkin herkempi siroamaan paperin lisä- ja täyteaineista kuin itse paperin kuiduista, mikä laskee mittaustarkkuutta. Paksummilla ja koostumukseltaan vaihtelevilla papereilla se vaatii huomattavasti monimutkaisempaa kalibrointia beetamittaukseen nähden, eikä siitä huolimatta yleensä tuota yhtä tarkkoja mittauksia. [6]

Nykyään paperin neliömassaa mitataan tyypillisimmin yhä beetaradiografialla sen verrattoman tarkkuuden ja stabiiliuden vuoksi. Kuitenkin tarve siirtyä kohti säteilyvapaita menetelmiä on jatkanut kasvuaan. Syynä ovat ensisijaisesti tiukentuvat kierrätys- ja turvallisuusmääräykset, mutta myös halu suorittaa mittaukset kevyemmillä ja halvemmilla mittalaitteistoilla.

2.2 Neliömassan vaihtoehtoiset estimointimenetelmät

Kiinnostus neliömassan ennustamiseen ilman korkeaenergistä säteilyä heräsi pian radiografisen mittauksen kaupallistumisen jälkeen. Vaikka mittaukset tarjosivat merkittävän tarkkuusparannuksen teollisuudelle, menetelmän korkeat kustannukset, tiukat turvallisuusmääräykset ja ionisoivaan säteilyyn liittyvät turvallisuusepäilyt loivat tarvetta uudelle tutkimukselle.

Laajimmin tähän tarkoitukseen tutkittu mittaussuure on optinen transmissiivisuus (engl. *transmission*). Tämä on hyvin ymmärrettävää, sillä optisen valon sironta perustuu pohjimmiltaan samaan mekaniikkaan kuin beeta- ja röntgensäteilyinkin sironta [1]. Täten se noudattaa samaa Beer–Lambertin vaimenemislakia (1). Erityisesti beetasäteilyyn verrattuna valo kuitenkin siroaa paperista huomattavasti herkemmin, ja sen sirontaan vaikuttavat paperin massan lisäksi vahvasti paperin sisäinen rakenne ja kemiallinen koostumus [1]. Valon siroaminen paperin kuituverkostossa on monimutkainen fysikaalinen prosessi, mutta tietyillä paperilaaduilla korrelaatio beetasäteilymittauksen kanssa on osoitettu hyvin vahvaksi jo 70-luvulla [5].

Mittausvälineistön ja analytiikkasovellusten kehittyessä menetelmän toimivuutta on tutkittu usealla vuosikymmenellä, ja vahva korrelaatio on saatu laajennettua useampiin paperilaatuihin [1]. Näyttö transmissiivisuussmittauksen puolesta on siis vahvaa, mutta se sisältää kuitenkin huomattavasti paperin koostumukseen liittyviä epätarkkuustekijöitä beetasäteilymittaukseen verrattuna.

Transmissiivisuuden ohella myös paperin paksuudella ilmenee merkittävää korrelaatiota neliömassan kanssa. Paksuuden (engl. *caliper*) hyödyntäminen neliömassan estimoinnissa perustuu suoraan aineen tiheyden määritelmään. Tämä voidaan ideaalisen paperin tapauksessa ilmaista kaavalla

$$\mathbf{g} = \boldsymbol{\rho} \times \mathbf{h} \quad (2)$$

, jossa \mathbf{g} on paperin neliömassa, $\boldsymbol{\rho}$ paperin tiheys ja \mathbf{h} paperin paksuus. Neliömassa on siis ideaalisessa tapauksessa suoraan verrannollinen paksuuteen. Paperi on kuitenkin todellisuudessa puristuvaa ja heterogeenista ainetta, mistä johtuen sen tiheys ei ole kauttaaltaan vakio. On osoitettu, että paperinvalmistuksessa paikalliset tiheysvaihtelut ovat usein kääntäen verrannollisia paksuusvaihteluihin [7]. Tästä syystä pelkkä paksuusprofiili ei usein seuraa tarkasti neliömassaprofilia.

Paperin neliömassan jatkuvaan estimointiin on myöhemmin kehitetty lukuisia muitakin menetelmiä. Tällaisia ovat muun muassa laserpulssien paine-eroihin perustuvat menetelmät [13] ja kuvankäsittelyyn perustuvat menetelmät [14]. Nykyisin tutkimus on siirtynyt anturifuusioon ja koneoppimiseen. Esimerkiksi terahertsispektroskopiaa [3] ja matalaenergisten säteilylähteiden optimointia [15] on kokeiltu neliömassan mittaamiseen. Edellä esitettyjä menetelmiä ei ole toistaiseksi otettu laajempaan käyttöön paperiteollisuudessa, eikä niitä tässä tutkimuksessa käsitellä tämän syvemmin.

3 Monimuuttujaregressio ennustamismenetelmänä

Tässä menetelmäluvussa kerrotaan kuinka tutkimuksen kokeellinen osuus on toteutettu, sekä esitetään toteutuksessa tarvittavat työkalut. Kokeellisen osuuden tavoitteena on tuottaa lineaarisia malleja, jotka pyrkivät vastaamaan neliömassan dataa mahdollisimman tarkasti, käyttäen syötteenään vain transmissiivisuuden ja paksuuden dataa. Kolmessa ensimmäisessä alaluvussa esitetään käytetyt matemaattiset menetelmät, joita seuraa tutkimuslaitteiston alaluku. Tämän jälkeen esitetään tutkimusaineisto, sekä lopuksi analytiikkaohjelmisto, jolla saadut tulokset on tuotettu.

3.1 Korrelaatioanalyysi

Tilastollisessa analyysissä kahden muuttujan välisen lineaarisen yhteyden tarkastelu perustuu niiden ominaisvaihtelun sekä yhteisvaihtelun ymmärtämiseen.

Tarkastellaan kahta satunnaismuuttujaa x ja y , joiden voidaan ajatella edustavan mitattuja laatumuuttujia, kuten transmissiivisuutta ja neliömassaa. Muuttujan sisäistä vaihtelua kuvataan varianssilla σ^2 , joka on havaintojen ja keskiarvon välisen etäisyyden neliöiden keskiarvo. Sen neliöjuuri, keskihajonta, on keskeinen suure muuttujien normalisoinnissa, ja kuvastaa satunnaismuuttujan arvon keskimääräistä poikkeamaa keskiarvosta, missä n on otoskoko ja \bar{x} on muuttujan keskiarvo:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3)$$

Nyt on määritelty keino kuvata muuttujan ominaisvaihtelua. Seuraavaksi tarvitaan keino kuvata muuttujien yhteisvaihtelua. Tätä varten määritellään kovarianssi $cov(x, y)$, joka kuvaa muuttujien yhteisvaihtelun suuntaa ja suuruutta:

$$cov(x, y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (4)$$

Positiivinen kovarianssi osoittaa muuttujien kasvavan samanaikaisesti, kun taas negatiivinen arvo viittaa käänteiseen suhteeseen. Kovarianssin arvo on kuitenkin riippuvainen käytetyistä mittayksiköistä, mikä vaikeuttaa vertailua eri suureiden välillä. Tämän ongelman korjaamiseksi määritellään korrelaatio, joka sitoo ominaisvaihtelun (3) yhteisvaihteluun (4), ja antaa standardoidun suureen lineaarisen yhteyden tarkasteluun. Kuvataan korrelaatiota korrelaatiokerroimen r avulla [16]:

$$r_{xy} = \frac{cov(x, y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (5)$$

Näin laskettu korrelaatiokerroin on yksikötön suure välillä $[-1, 1]$.

3.2 Monimuuttujaregressio ja neliömassan estimointi

Kun neliömassan y ennustamiseen käytetään useampaa selittävää muuttujaa, kuten transmissiivisuutta x_1 ja paksuutta x_2 , siirrytään yksittäisestä korrelaatiotarkastelusta monimuuttujaregressioon. Regressiomenetelmät ovat joukko tilastollisia menetelmiä, joilla mallinnetaan vasteen ja selittävien muuttujien välistä yhteyttä [17]. Tutkimuksen tapauksessa neliömassa toimii siis vasteena, ja transmissiivisuus ja paksuus selittävinä muuttujina. Tavoitteena on löytää matemaattinen funktio, joka kuvaa muuttujien välisen keskimääräisen suhteen mahdollisimman tarkasti, huomioiden samalla datassa esiintyvän satunnaisvaihtelun.

Matemaattisesti tätä regressiivistä suhdetta käsitellään usein matriisimuodossa. Olkoon \mathbf{y} vastevektori, \mathbf{X} selittävien muuttujien matriisi (sisältäen vakiotermin sarakkeen), $\boldsymbol{\beta}$ kertoimien vektori ja $\boldsymbol{\varepsilon}$ satunnaisvirhetermi. Näin saatu kaava on yksinkertainen lineaarinen yhtälö:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (6)$$

Kertoimien $\boldsymbol{\beta}$ estimointiin käytetään tyypillisesti pienimmän neliösumman menetelmää (PNS) (engl. *least squares method*) [17], joka minimoi neliöllisen poikkeaman havaittujen ja ennustettujen arvojen välillä. Kun tavoitellaan pienintä virheiden eli poikkeamien kokonaissummaa, tavoitteena on minimoida virheiden summayhtälö:

$$S(\boldsymbol{\beta}) = \sum \varepsilon_i^2 = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \quad (7)$$

Ratkaisu tämän yhtälön minimoimiseksi saadaan normaaliyhtälön kautta. Kun neliösummayhtälö derivoidaan ja siistitään, saadaan pienin mahdollinen neliöllinen virhe:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (8)$$

, jossa \mathbf{X}^T on matriisin \mathbf{X} transpoosi, \mathbf{X}^{-1} on matriisin \mathbf{X} käänteismatriisi ja $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ on kertoimien $\boldsymbol{\beta}$ estimaatti. Tämän yhtälön avulla saadaan muodostettua sen suoran yhtälö, joka parhaiten vastaa tuotettuja datapisteitä.

Edellä esitetty matriisioperaatio mahdollistaa sen, että kunkin paperilaadun ominaispiirteitä voidaan pyrkiä huomioimaan painottamalla paksuus- ja transmissiivisuusdataa sen mukaan, kumpi milloinkin vastaa neliömassadataa paremmin. Seuraavassa alaluvussa esitetään tähän tarkoitukseen pyrkivät, tässä tutkimuksessa käytettävät mallit.

3.3 Regressiomallit estimoinnin työkaluina

Tässä tutkimuksessa käytetään kolmea tyypillistä pienimmän neliösumman menetelmällä estimoitavaa mallia, jotka eroavat toisistaan niiden monimutkaisuuden osalta sekä siinä, kuinka ne olettavat selittävien muuttujien vaikuttavan vasteeseen. Tutkimuksessa käytettävissä funktionaalisissa muodoissa y edustaa ennustettua neliömassaa, x_1 transmissiivisuutta ja x_2 paksuutta. Mallit on järjestetty kompleksisuutensa mukaan yksinkertaisimmasta motimutkaisimpaan:

1. Additiivinen malli (*Additive*)

Ensimmäinen malli on luonteeltaan additiivinen, eli se olettaa kummankin laatumuuttujan vaikuttavan neliömassaan toisistaan riippumatta ja suoraan verrannollisesti:

$$y = ax_1 + bx_2 \quad (9)$$

Tässä mallissa neliömassa on kahden erillisen ilmiön painotettu summa. Malli ei sisällä vakiotermiä, mikä asettaa vasteelle nollatason. Siis, jos molemmat selittävät muuttujat ovat nollia, myös neliömassa nolla.

2. Interaktiivinen malli (*Interactive, no intercept*)

Toinen malli laajentaa ensimmäistä mallia interaktiivisella termillä, joka huomioi muuttujien välisen yhteisvaikutuksen:

$$y = ax_1 + bx_2 + d(x_1 \cdot x_2) \quad (10)$$

Malli on interaktiivinen, sillä lisätty termi d mahdollistaa sen, että toisen muuttujan vaikutus ennusteeseen riippuu toisen muuttujan arvosta. Interaktiotermin d kuvaa siis sitä, miten toisen selittävän muuttujan muutos muokkaa toisen ja neliömassan välistä korrelaatioyhteyttä.

3. Vakioterminen interaktiivinen malli (*Full interaction*)

Tämä tutkimuksen kattavin malli laajentaa toista mallia vielä vakiotermin c .

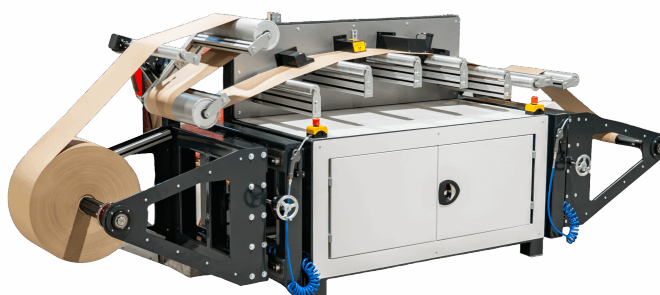
$$y = c + ax_1 + bx_2 + d(x_1 \cdot x_2) \quad (11)$$

Tämä on hyödyllinen ominaisuus mittauksissa, joissa data on järjestelmällisesti siirtynyt, eli jos esimerkiksi antureiden nollapisteet tai paperin rakenne aiheuttavat vakiopoikkeaman ennusteesta. Datapisteitä ei tällöin tarvitse pakottaa nollapisteen kautta.

Tutkimuksen matemaattiset työkalut on näin käsitelty työn kannalta oleellisilta osin. Seuraavissa alaluvuissa tutustutaan tutkimuksen fyysisiin työkaluihin, eli analytiikkalaitteistoon sekä aineistoon.

3.4 Tutkimuslaitteisto

Tutkimuksessa käytetty data on tuotettu Tapio Analyzer -mittalaitteistolla. Kyseessä on laboratorio-olosuhteissa toimiva off-line -laitteisto, joka on-line -laitteistoista poiketen ei mittaa paperia sen valmistuksen aikana, vaan sen jälkeen. Analysaattorin ominaispiirteenä on, että koska anturien väliset etäisyydet tunnetaan, laitteisto voi tuottaa jopa seitsemää eri mittaussuuretta jokaisesta paperista mitattavasta fyysisestä pisteestä. Nämä suuret ovat neliömassa, paksuus, transmissiivisuus, kiilto, kirkkaus, huokoisuus ja tuhkapitoisuus. Tässä tutkimuksessa huomioidaan dataa vain kolmesta ensin mainitusta suureesta, ja kahden peräkkäisen mittauspisteen välinen etäisyys on 0,8 mm.



Kuva 1: Tapio Analyzer -mittalaitteisto

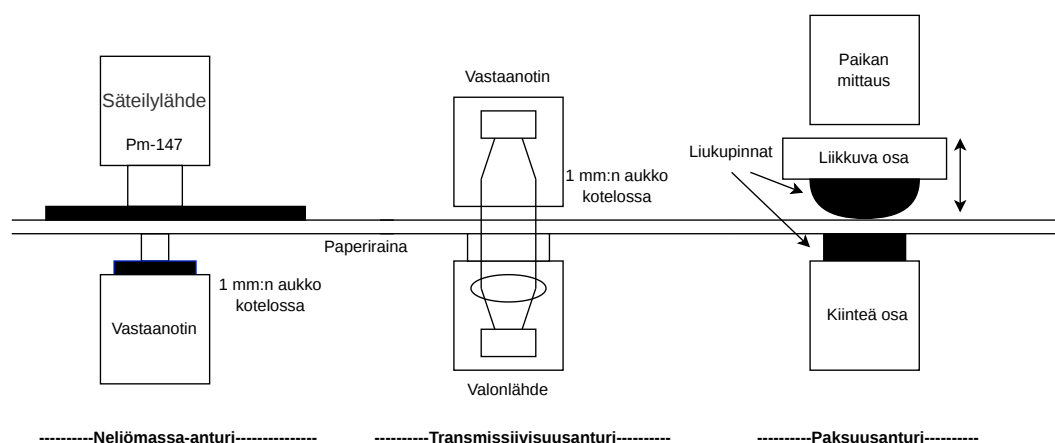
Seuraavaksi esitetään lyhyesti juuri tässä tutkimuksessa hyödynnetyt neliömassaa, transmissiivisuutta ja paksuutta mittaavat anturit sekä niiden toimintaperiaatteet. Lisäksi raporttia varten on piirretty havainnekuva näistä antureista paperirainalla.

Neliömassaa mittaava anturi koostuu paperirainan yläpuolella olevasta koteloidusta beetasäteilyn lähteestä (prometium-147) sekä rainan alapuolelle sijoitetusta vastaanottimesta. Vastaanottimen yläpuolella on mitta-aukko, jonka halkaisija on 1 mm. Beetasäteilyn vaimenemisen laitteisto kalibroi suoraan vastaamaan paperin neliömassaa, joka on tuloksissa ilmoitettu standardiyksikössä [g/m^2].

Transmissiivisuusmittauksessa käytetään valonlähdettä, jonka aallonpituus on 624 nm. Tämä vastaa punaisen valon aallonpituutta. Valonlähde on sijoitettu rainan alapuolelle ja vastaanotin puolestaan rainan yläpuolelle. Transmissioanturin detektorin kotelossa on valon sisäänkäynti rajoitettava 1 mm:n halkaisijan aukko. Transmissiivisuus ilmoitetaan tuloksissa prosentteina [%]. 100 % vastaa tilannetta, jossa valonlähteen tuottama valo saavuttaa kokonaisuudessaan vastaanottimen, ja 0 %

puolestaan tilannetta, jossa vastaanottimeen ei päädy lainkaan valoa valonlähteestä.

Paksuusanturissa on rainan yläpuolella pieni alumiininen liukuva kappale, joka painetaan paperia vasten kevyesti jousella. Anturiin syötetään korkeataajuisia vaihtovirtaa, joka aiheuttaa pyörrevirtoja ferromagneettisessa alumiinissa. Paperin paksuusvaihtelu liikuttaa jousen ja paperin välissä olevaa kappaletta, ja tämä aiheuttaa muutoksia pyörrevirtoihin. Nämä muutokset on kalibroitu ilmaisemaan paperin paksuusdataa mikrometrien tarkkuudella [μm], joka toimii myös yksikkönä tuloksissa.



Kuva 2: Havainnekuva tutkimuksessa käytetyistä antureista

3.5 Tutkimusaineisto

Tässä alaluvussa esitetään lyhyesti tutkimuksen aineistona käytetyt paperilaadut sekä niistä kerätty data. Kuten edellä on todettu, kaikki data on tuotettu Tapio Analyzer -mittalaitteistolla, jossa neliömassan sekä transmissiivisuuden mittaukseen on käytetty 1 mm:n halkaisijan aukolla olevaa anturia. Näin on toimittu, jotta korrelaatiotutkimusta voidaan toteuttaa mahdollisimman tarkasti. Saman kokoinen aukko sekä neliömassa- että transmissiivisuusanturissa takaa sen, että tutkimuksessa pystytään vertailemaan keskenään aidosti samoja paperin mittauspisteitä.

Tutkimuksen eräänä haasteena on se, että kyseiset tutkimuksen kannalta tärkeät kriteerit täyttävää dataa on saatu kerättyä varsin niukasti. Nykyään paperin analytiikassa 1 mm:n aukkoa neliömassa-anturissa käytetään usein vain formaation eli neliömassan paikallisivaihteluiden mittaamiseen, jolloin samassa datassa ei tyypillisesti esiinny transmissiivisuusmittausta. Koska tutkimusta varten ei ollut mahdollisuutta hankkia uutta dataa, on tutkimus toteutettu yrityksen tietokannassa jo olemassa olevalla datalla.

Analysoitua dataa on saatu neljästä eri paperista. Alla on esitetty nämä paperilaadut sekä niistä kerättyjen näytteiden laajuudet.

1. Kipsilevyn päällystepaperi. Konesuuntainen mittaus (MD).
Keskimääräinen neliömassa 155 g/m^2 .
Näytteessä on huomioitu dataa 200 metrin matkalta.
2. Kipsilevyn päällystepaperi. Poikkisuuntainen mittaus (CD).
Keskimääräinen neliömassa 55 g/m^2 .
Näytteessä on huomioitu dataa 25 koneenleveyden eli noin 65 metrin matkalta (koneen viiraleveys $1,75 \text{ m}$).
3. Päällystämätön katalogipaperi. Poikkisuuntainen mittaus (CD).
Keskimääräinen neliömassa 50 g/m^2 .
Näytteessä on huomioitu dataa yhden koneenleveyden eli noin $9,1 \text{ m}$ matkalta.
4. Päällystetty elintarvikepaperi. Poikkisuuntainen mittaus (CD).
Keskimääräinen neliömassa 40 g/m^2 .
Näytteessä on huomioitu dataa 28 koneenleveyden eli noin 210 metrin matkalta (koneen viiraleveys $7,60 \text{ m}$).

3.6 Analytiikkaohjelmisto

Edellä kuvattua mittausdataa analysoidaan tutkimuksessa Tapio Analysis -analytiikkaohjelmistolla. Ohjelmisto on avoimen lähdekoodin Python-ohjelma [8], jolla mittauslaitteiston tuottamaa dataa pystytään käsittelemään suoraviivaisesti.

Tässä tutkimuksessa hyödynnetään erityisesti ohjelmiston Channel Correlation - ominaisuutta, jossa kahden eri mittaussuureen eli kanavan välistä korrelaatiota voidaan tutkia. Ohjelma ei kuitenkaan suoraan sovellu monimuuttujakorrelaation analysoimiseen. Tätä varten ohjelmakoodiin on lisätty funktioita, jotka mahdollistavat usean muuttujan datan käsittelyn tutkimuksen kannalta optimaalisella tavalla.

Tutkimusta varten luodut funktiot, joita on jokaiselle paperille omansa, poistavat poikkisuuntaisista näytteistä paperien väliset epätarkkuutta aiheuttavat liitoskohdat, luovat kolme edellä esitettyä regressiomallia, tulostavat suureiden ja mallien väliset korrelaativakiot sekä piirtävät tulokset helposti havainnoitavaan muotoon. Esimerkki yhden paperin datan analysointiin käytetystä funktiosta on esitetty yksityiskohtaisesti raportin Liitteet-osiossa (7).

4 Tulokset

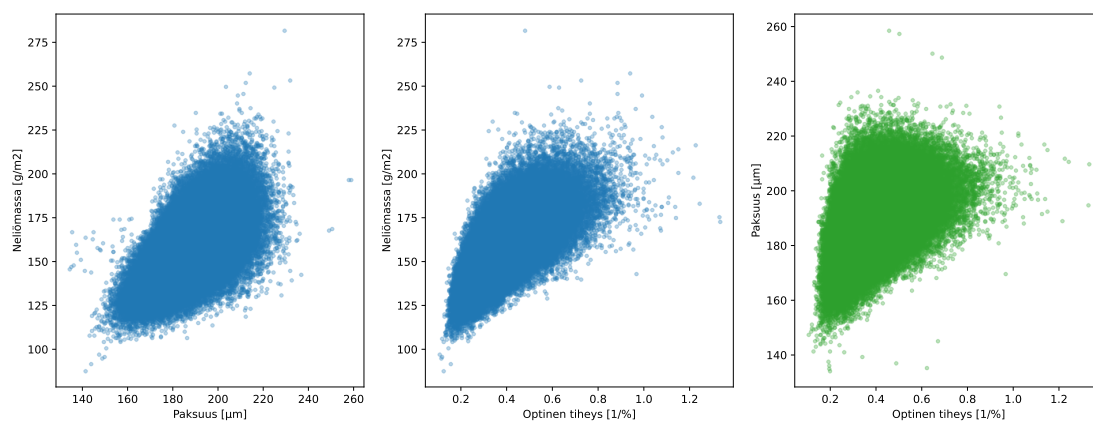
Tässä luvussa esitellään tutkimuksen keskeiset havainnot näytekohtaisesti. Tulokset on jäsennelty siten, että kunkin paperinäytteen osalta tarkastellaan ensin neliömassan korrelaatiota paksuuteen ja transmissiivisuuteen (siniset kuvaajat). Näiden yhteydessä on esitetty lisäksi transmissiivisuuden ja paksuuden välinen korrelaatio (vihreä kuvaaja). Näiden yksittäisten kanavien välisistä korrelaatioista puhuttaessa käytetään termiä kanavakorrelaatio.

Koska transmissiivisuuden korrelaatio neliömassan kanssa on käänteinen, määritellään vertailukelpoisuuden vuoksi suure optinen tiheys, jonka arvo on transmissiivisuuden käänteisluku. Tämä mahdollistaa korrelaation yhdenmukaisen tarkastelun muuttamatta sen vahvuutta. Numeeriset korrelaatiokertoimien arvot on koottu taulukoihin kuvaajien yhteyteen.

Tämän jälkeen keskitytään regressiomallien avulla muodostettuihin neliömassaestimaatteihin. Mallien suoriutumista havainnollistetaan kuvaajilla, joissa katkoviiva edustaa täydellistä korrelaatiota ($r = 1$). Tulokset kootaan taulukoihin, joissa malleilla saadut korrelaatiokertoimet on lueteltu.

Luvun lopussa on kaksi alalukua, joista ensimmäinen esittää lineaaristen mallien painokertoimet kussakin paperissa sekä eräitä havaintoja niistä. Viimeisessä alaluvussa on koottu keskeisimmät tulokset ja mallien aikaansaamat parannukset korrelaatioissa.

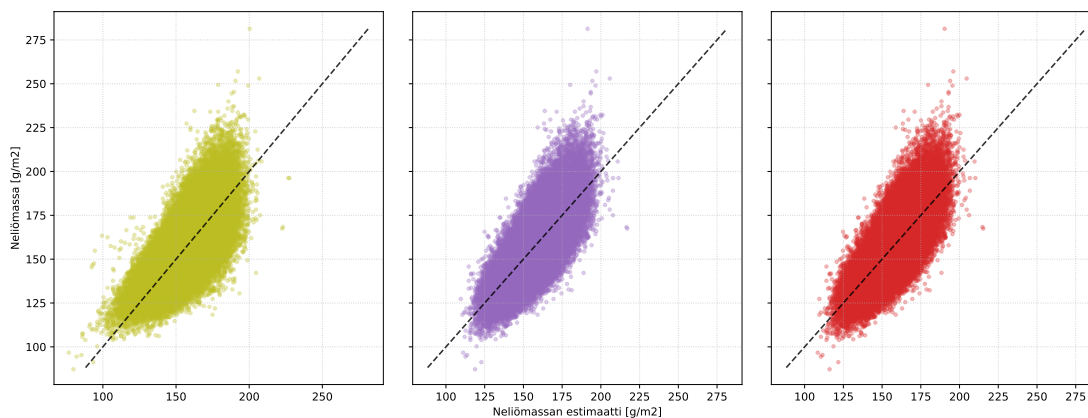
4.1 Paperi 1



Kuva 3: Kanavakorrelaatioiden kuvaajat

Malli	Korrelaatiokvannon r arvo
Paksuus	0,610
Optinen tiheys	0,695
Optinen tiheys vastaan paksuus	0,479

Taulukko 1: Kanavakorrelaatioiden arvot



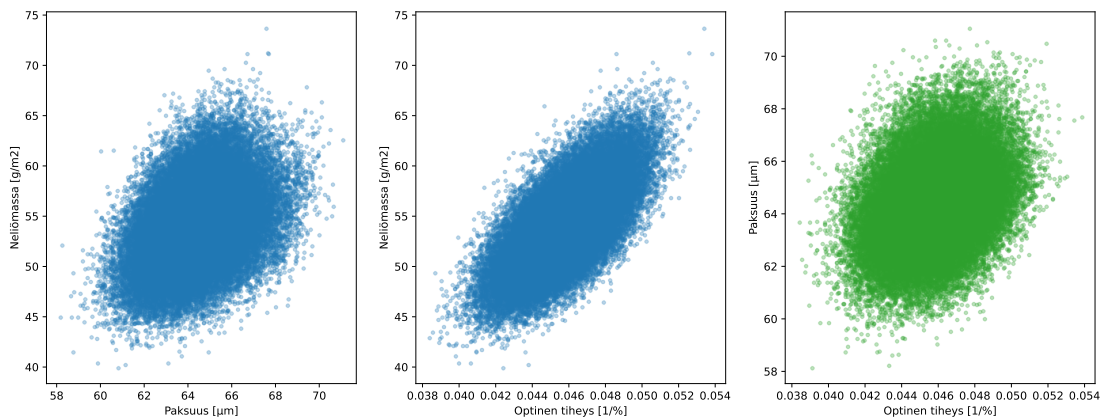
Kuva 4: Regressiivisillä malleilla saadut korrelaatiokuvaajat vasemmalta oikealle: additiivinen, interaktiivinen ja vakiotermillinen malli

Malli	Korrelaatiokvannon r arvo
Additiivinen malli	0,723
Interaktiivinen malli	0,764
Vakiotermillinen malli	0,764

Taulukko 2: Lineaaristen mallien korrelaatiot neliömassan kanssa

Ensimmäisellä paperilla paksuuden ja transmissiivisuuden korrelaation neliömassan kanssa havaittiin olevan kymmenen prosenttiyksikön sisällä toisistaan. Paras regressiomalli paransi korrelaatiota transmissiivisuuteen verrattuna noin kuusi prosenttiyksikköä, tai vastaavasti noin kymmenen prosenttia. Monimutkaisemmat mallit olivat noin neljä prosenttiyksikköä tarkempia kuin yksinkertaisin malli.

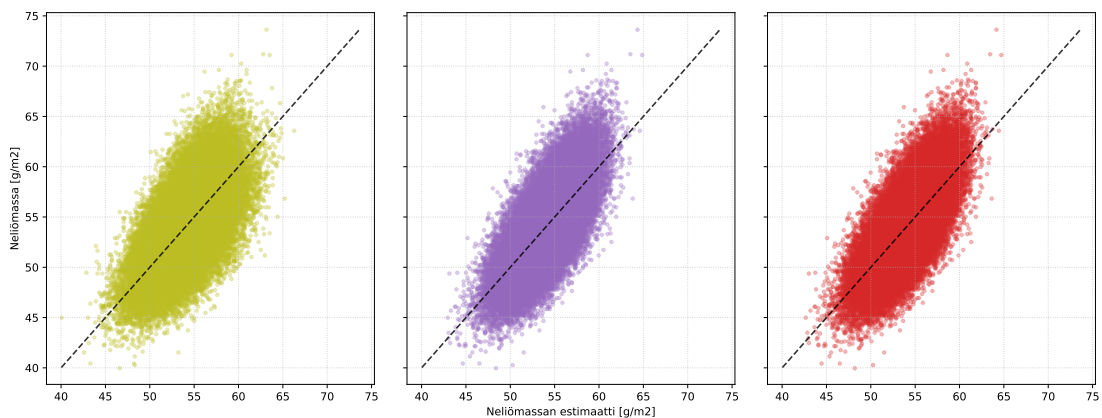
4.2 Paperi 2



Kuva 5: Kanavakorrelaatioiden kuvaajat

Malli	Korrelaatiiovakion r arvo
Paksuus	0,384
Optinen tiheys	0,694
Optinen tiheys vastaan paksuus	0,322

Taulukko 3: Kanavakorrelaatioiden arvot



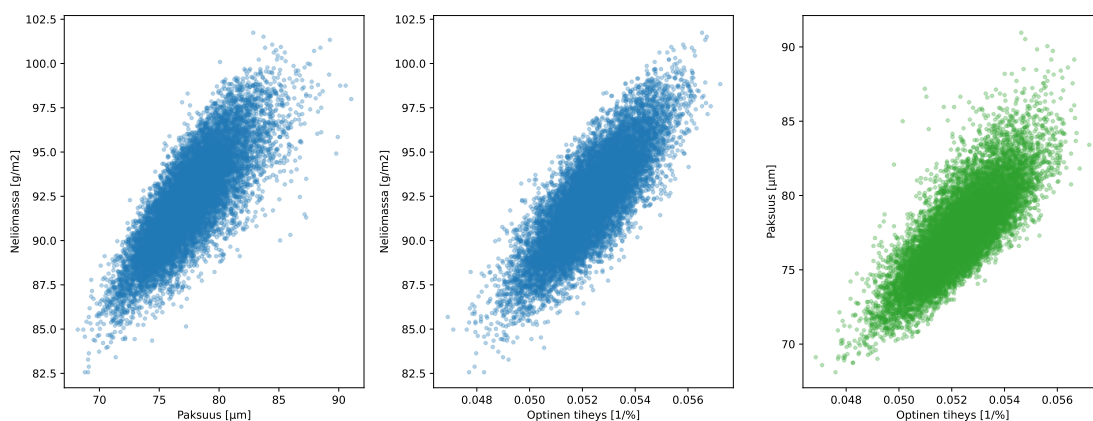
Kuva 6: Regressiivisillä malleilla saadut korrelaatiokuvaajat vasemmalta oikealle: additiivinen, interaktiivinen ja vakiotermillinen malli

Malli	Korrelaatiokvannon r arvo
Additiivinen malli	0,618
Interaktiivinen malli	0,712
Vakiotermillinen malli	0,712

Taulukko 4: Lineaaristen mallien korrelaatiot neliömässän kanssa

Toisella paperilla havaittiin huomattava poikkeama korrelaatioiden vahvuudessa paksuuden ja transmissiivisuuden välillä, korrelaation ollessa noin 30 prosenttiyksikköä vahvempi transmissiivisuudella. Monimutkaisimmat mallit paransivat korrelaatiota transmissiivisuuteen alle kaksi prosenttiyksikköä, tai vastaavasti noin kolme prosenttia. Additiivinen malli heikensi korrelaatiota noin kahdeksan prosenttiyksikköä.

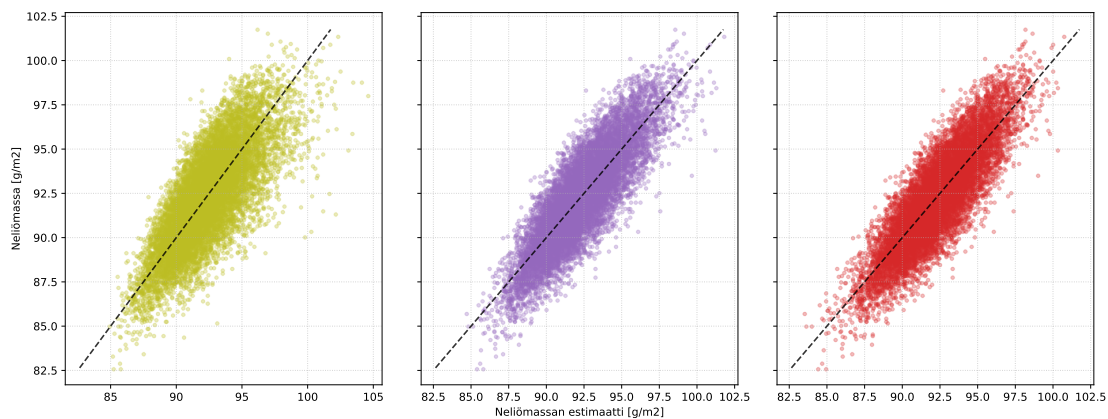
4.3 Paperi 3



Kuva 7: Kanavakorrelaatioiden kuvaajat

Malli	Korrelaatiokvannon r arvo
Paksuus	0,801
Optinen tiheys	0,816
Optinen tiheys vastaan paksuus	0,797

Taulukko 5: Kanavakorrelaatioiden arvot



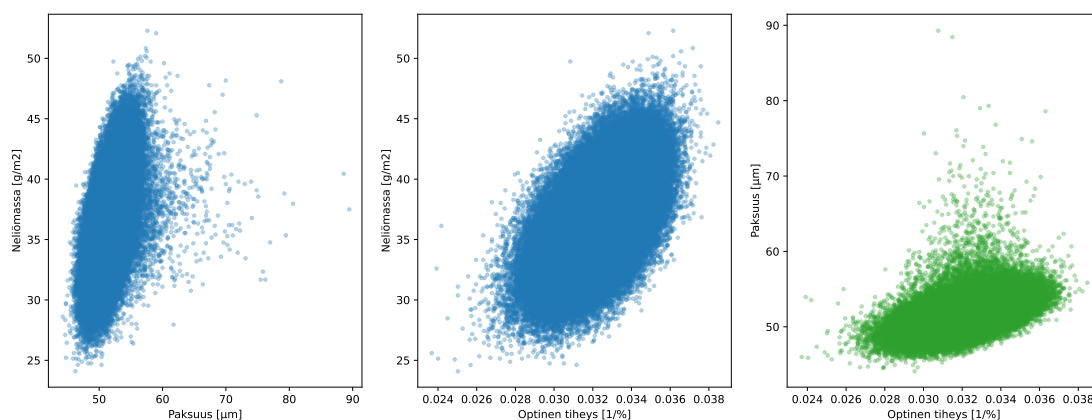
Kuva 8: Regressiivisillä malleilla saadut korrelaatiotulokset

Malli	Korrelaatiokvotientin r arvo
Additiivinen malli	0,763
Interaktiivinen malli	0,852
Vakiotermillinen malli	0,853

Taulukko 6: Lineaaristen mallien korrelaatiot neliömässän kanssa

Kolmas paperi tuotti yli 80 prosentin korrelaatiota sekä paksuuden että transmissiivisuuden osalta, transmissiivisuuden ollessa noin prosenttiyksikön vahvempi. Paras regressiomalli paransi korrelaatiota noin neljä prosenttiyksikköä, tai vastaavasti noin viisi prosenttia. Additiivinen malli alitti yksittäisten kanavien korrelaatiot häviten transmissiivisuudelle noin 5 prosenttiyksikköä.

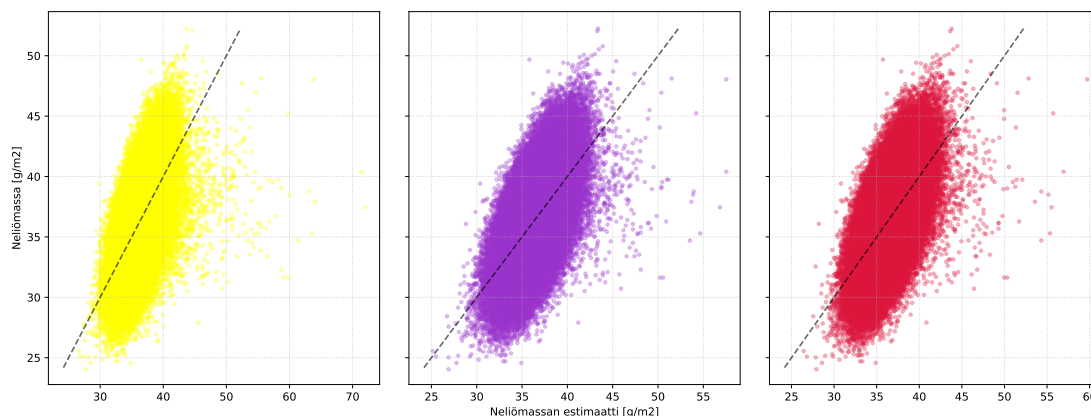
4.4 Paperi 4



Kuva 9: Kanavakorrelaatioiden kuvaajat

Malli	Korrelaatiokvaktion r arvo
Paksuus	0,535
Optinen tiheys	0,549
Optinen tiheys vastaan paksuus	0,528

Taulukko 7: Kanavakorrelaatioiden arvot



Kuva 10: Regressiivisillä malleilla saadut korrelaatiokuvaajat vasemmalta oikealle: additiivinen, interaktiivinen ja vakiotermillinen malli

Malli	Korrelaatiokvaktion r arvo
Additiivinen malli	0,594
Interaktiivinen malli	0,620
Vakiotermillinen malli	0,621

Taulukko 8: Lineaaristen mallien korrelaatiot neliömassan kanssa

Neljännessä paperissa korrelaatio jäi 50 prosentin tasolle molemmissa kanavissa, transmissiivisuuden ollessa 1,4 prosenttiyksikköä vahvempi. Regressiomallit paransivat korrelaatioennustetta parhaimmillaan noin 7 prosenttiyksikköä, tai vastaavasti noin 13 prosenttia. Monimutkaisin malli oli noin kolme prosenttiyksikköä yksinkertaisinta mallia tarkempi.

4.5 Käytettyjen regressiomallien painokertoimet

Alla esitetyissä taulukoissa käyvät ilmi mallien kunkin termin painokertoimet korrelaatiota laskettaessa. Parametri a on painokerroin transmissiivisuudelle ja b paksuudelle. Parametri c on vakio-termi ja d on muuttujien yhteisvaikutuksen painokerroin.

Paperin 1 regressiomallit	a	b	c	d
Additiivinen	0,932	-6,42	-	-
Interaktiivinen	0,994	21,44	-	-0,017
Vakiotermillinen malli	0,959	19,42	6,60	-0,160

Taulukko 9: Paperin 1 lineaaristen mallien painokertoimet

Paperin 2 regressiomallit	a	b	c	d
Additiivinen	1,349	-1,500	-	-
Interaktiivinen	1,728	1,143	-	-0,006
Vakiotermillinen malli	1,482	0,420	15,86	-0,047

Taulukko 10: Paperin 2 lineaaristen mallien painokertoimet

Paperin 3 regressiomallit	a	b	c	d
Additiivinen	0,967	0,899	-	-
Interaktiivinen	1,825	3,268	-	-0,075
Vakiotermillinen malli	0,519	-2,027	101,3	-0,007

Taulukko 11: Paperin 3 lineaaristen mallien painokertoimet

Paperin 4 regressiomallit	a	b	c	d
Additiivinen	0,955	-0,401	-	-
Interaktiivinen	1,208	0,183	-	-0,020
Vakiotermillinen malli	1,911	1,347	-36,20	-0,042

Taulukko 12: Paperin 4 lineaaristen mallien painokertoimet

Arvoista havaitaan, että interaktiotermi d on negatiivinen kaikilla papereilla. Käytännössä tämä tarkoittaa sitä, että jos tietyssä tilanteessa paksuus on suuri, transmissiivisuuden merkitys on pienempi kuin tilanteessa, jossa paksuus on pieni, ja päinvastoin.

Paksuuden painokertoimen b arvot vaihtelevat saman paperin kohdalla eri mallien välillä saaden sekä negatiivisia että positiivisia arvoja. Täten b :n itsenäinen vaikutus korrelaatioon on huomattavasti pienempi kuin sen yhteisvaikutus transmissiivisuuden kanssa.

Vakiotermi c saa eri papereilla huomattavan erilaisia arvoja. Tämä viittaa siihen, että eri paperien datajoukot sijaitsevat hyvin eri kohdissa koordinaatistoa. Koska vakioiden arvoja ei ole normalisoitu, tarkka kertoimien vertailu keskenään ei ole mahdollista. Parametrien analysointi ei toimi keskeisenä osana tutkimusta, vaan muuta tulokokonaisuutta tukevana lisätietona.

4.6 Mitatun signaalin suodattumisesta

Tutkimuksessa vertaillaan useiden mitattujen suureiden yhteisvaikutusta, minkä vuoksi anturidatan esikäsittely, kuten suodatus ja keskiarvoistus, on pidetty minimissä. Tavoitteena on säilyttää datan alkuperäinen vaihtelevuus ja välttää informaatiohävikkiä, joka voisi peittää muuttujien välisiä dynaamisia vuorovaikutussuhteita. Koska tutkimuksen keskiössä on lineaarinen regressioanalyysi ja korrelaatioiden vertailu, raakasignaalin käyttö varmistaa, että analyysi perustuu mittaushetken aineistoon ilman suodatuksen tuomaa silotusta.

Suodattamattomuus ei kuitenkaan välttämättä johda korkeimpaan mahdolliseen korrelaatioon. Tapio Analysis -työkalun Channel Correlation -toiminnolla suoritetut kokeilut osoittavat, että kaistanpäästösuodattimen säätäminen vaikuttaa tuloksiin merkittävästi. Matalien taajuuksien suodattaminen heikensi korrelaatiota huomattavasti kaikilla paperilaaduilla, mikä osoittaa korrelaation kannalta oleellisen informaation sijaitsevan signaalin matalataajuisessa komponentissa. Päinvastoin korkeiden taajuuksien suodattaminen paransi korrelaatiota muutamalla prosenttiyksiköllä, mikä viittaa korkeataajuisen mittauskohinan vaimenemiseen ja signaali-kohinasuhteen paranemiseen.

Vaikka laajempi signaalinkäsittely on rajattu tämän tutkimuksen ulkopuolelle, tulokset osoittavat, että perustellulla suodatuksella ja taajuusalueiden tarkemmalla valinnalla voidaan saavuttaa vielä korkeampia korrelaatioasteita jatkotutkimuksissa.

4.7 Koonti

Näytteet	r , opt. tiheys	r , paras malli	parannus (%-yks.)
Paperi 1	0,695	0,764	6,9
Paperi 2	0,694	0,712	1,8
Paperi 3	0,816	0,853	3,7
Paperi 4	0,549	0,621	7,2

Taulukko 13: Paras kanavakorrelaatio (optinen tiheys) verrattuna parhaan tuloksen tuottavaan malliin kullekin paperille

Korkeimmat korrelaation arvot esiintyivät malleilla, jotka huomioivat transmissiivisuuden ja paksuuden yhteisvaikutuksen. Papereilla 1 ja 2 interaktiivinen malli oli yhtä tarkka vakiotermillisen mallin kanssa. Papereilla 3 ja 4 vakioterminen malli toi noin promilleyksikön suuruisen parannuksen tarkkuuteen. Papereilla 1 ja 2 huomataan, että vaikka transmissiivisuuskorrelaatio on likimain yhtä suuri, malleilla saadut korrelaatioparannukset poikkeavat toisistaan noin 5 prosenttiyksikköä. Yleisesti mallien aikaansaamat tarkkuusparannukset olivat suurempia päällystetyillä papereilla, mutta tulokset olivat silti tarkempia päällystämättömällä paperilla.

5 Tarkastelu

Tässä tutkielman päättävässä luvussa analysoidaan saatuja tuloksia, pyritään löytämään trendejä sekä arvioidaan tulosten yleistämisen mahdollisuutta. Tarkastelussa pyritään huomioimaan tutkimuksen äärellisyys sekä tutkimuksessa esiintyneet ominaisaasteet.

Kaikilla paperilaaduilla tutkimuksessa havaittiin vakiotermillisen mallin suoriutuvan vähintään hieman tai jonkin verran paremmin neliömassan ennustamisessa verrattuna pelkkiin anturidatan sovitteisiin. Sovitteen paremmuus itsessään ei kuitenkaan ole merkittävä löytö, sillä tämä regressiomalli suoriutuu mekaniikastaan johtuen ennusteessaan aina vähintään yhtä hyvin kuin kumpikaan selittävä muuttuja itsekseen. Sen sijaan tuloksista voidaan sanoa, että tämä tarkinkaan regressiomalli ei tuottanut huomattavaa parannusta neliömassaennusteeseen. Parannukset jäivät kauttaaltaan alle kymmeneen prosenttiyksikköön.

Lisäksi voidaan todeta, että yksinkertainen additiivinen regressiomalli ei ollut sopiva tutkimuksen tarkoitukseen. Sovitteen pakottaminen origon kautta ja yhteisvaikutuksen huomioimatta jättäminen aiheuttivat jopa korrelaation heikentymistä transmissiivisuusdataan verrattuna papereilla 2 ja 3.

Interaktiivinen malli puolestaan oli tässä tutkimuksessa riittävän tarkka kuvaamaan transmissiivisuuden ja paksuuden yhteisvaikutusta neliömassaan. Monimutkaisempi vakiotermillinen malli toi enintään promilleyksikön suuruisia parannuksia tuloksiin. Toisin sanoen tässä tutkimuksessa paksuus ja transmissiivisuus vaikuttivat neliömassaennusteeseen toisistaan huomattavasti riippuen. Toisaalta se myös osoitti, että dataa tuottaneet anturit olivat oikein kalibroituja, eikä merkittäviä vakiopoikkeamia esiintynyt.

Jos vertaillaan eri paperityyppejä keskenään, on ilmeistä, että ainut päällystämätön näyte, kolmas paperi, tuottaa selvästi voimakkaimman korrelaation neliömassan kanssa sekä transmissiivisuudella että paksuudella. Tämä havainto on linjassa aiempien tutkimusten kanssa, joissa vahvaa korrelaatiota transmissiivisuuden kanssa on esiintynyt erityisesti päällystämättömillä paperilaaduilla [1, 5]. Toisaalta suurin parannus regressiomalleilla saatiin paperilla 4, jossa kanavakorrelaatio oli heikointa. Tässä paperissa paksuusmittaus kykeni parhaiten täydentämään transmissiivisuutta. Tämä ei kuitenkaan tarkoita, että regressiomallit pystyisivät estimoimaan neliömassaa luotettavasti, koska kokonaiskorrelaatio jäi tässä vain noin 60 %:n tasolle.

Kipsilevyn päällystepapereiden eli näytteiden 1 ja 2 vertailu antaa tietoa muuttujien välisen korrelaation merkityksestä. Heikko paksuuden korrelaatio sekä heikko korrelaatio transmissiivisuuden ja paksuuden välillä näyttävät johtavan heikkoon ennusteparannukseen paperissa 2. Vastaavasti paperin 1 tulokset osoittavat, että korkeampi korrelaatio paksuuden ja transmissiivisuuden välillä voi parantaa ennustetta muuten yhtä vahvalla transmissiivisuuskorrelaatiolla. Havaintoja on kuitenkin

vaikea yleistää, koska tutkimuksessa havaittu korkeampi paksuuskorrelaatio yhdistyi näytteissä aina myös korkeampaan paksuuden ja transmissiivisuuden väliseen korrelaatioon.

Kaikissa interaktiivisissa malleissa esiintyvä vahva paksuuden ja transmissiivisuuden yhteisvaikutus sekä heikko itsenäinen vaikutus etenkin paksuuden osalta antavat viitteitä siitä, että ennusteet monimutkaisemmilla epälineaarisilla malleilla voisivat saavuttaa korkeamman tarkkuusparannuksen. Tätä päätelmää tukee graafinen havainto; kuvaajilla on taipumus taipua kaarelle ja jyrkempään kulmaan kuin täydellisen korrelaation katkoviiva. Joka tapauksessa jatkotutkimus vaatisi ensisijaisesti kattavampaa aineistoa ja analyttistä signaalinkäsittelyä.

Tutkimuksesta saatujen havaintojen pohjalta voidaan sanoa, että transmissiivisuuden ja paksuuden lineaarisen yhteisvaikutuksen avulla ei onnistuttu estimoimaan neliömassaa luotettavasti. Jos ajatellaan neliömassan estimoimista teollisessa mitataavassa tutkimuksessa esitetyin keinoin ja siitä saadun tutkimustiedon valossa, menetelmää ei voida pitää suoraan käyttökelpoisena. Lopuksi kuitenkin todettakoon, että raportissa esitetty tutkimus on varsin epätäydellinen niin menetelmiensä kuin aineistonsakin osalta. Aiheen jatkokehitys huomattavasti laajemmalla aineistolla on tarpeen, mikäli menetelmää halutaan evaluoida kattavammin tulevaisuudessa. Yksi mahdollinen kehityssuunta olisi epälineaaristen menetelmien hyödyntäminen tutkimuksen tarkoituksiin.

6 Viitteet

- [1] J.-P. Bernié ja W. J. M. Douglas, “Local grammage distribution and formation of paper by light transmission image analysis,” *TAPPI Journal*, vol. 79, nro. 1, s. 193–202, 2009.
- [2] J.-P. Raunio ja R. Ritala, “Estimation of basis weight of paper: Light transmittance measurements over eight orders of magnitude of spatial scale,” *Proceedings of the IMEKO XIX World Congress, Fundamental and Applied Metrology*, 2009. Lissabon, Portugali.
- [3] M. Fan, B. Cao, ja G. Tian, “Enhanced measurement of paper basis weight using phase shift in terahertz time-domain spectroscopy,” *Journal of Sensors*, vol. 2017, nro. 1, s. 3520967, 2017.
- [4] Y. Hewavidana, M. Balci, A. Gleadall, B. Pourdeyhimi, V. Silberschmidt, *et al.*, “Algorithm to determine local basis weight of random fibrous networks with x-ray microtomography and sem images,” *Textile Research Journal*, vol. 94, nro. 7-8, s. 859–868, 2024.
- [5] H. Sara, *The Characterization and Measurement of paper formation with standard deviation and power spectrum*. Vaitöskirja, Teknillinen korkeakoulu, 1978.
- [6] K. J. Niskanen, *Papermaking science and technology. Book 16, Paper physics*. Suomen paperi-insinöörien yhdistys, 2 painos, 2008.
- [7] N. Provatas, M. J. Alava, ja T. Ala-Nissila, “Density correlations in paper,” *Phys. Rev. E*, vol. 54, s. R36–R38, 1996.
- [8] “Tapio analysis software.” by Tapio Measurement Technologies Oy. <https://github.com/Tapio-Measurement-Technologies/tapio-analysis>.
- [9] “Paper and board — determination of grammage.” ISO 536:2019, International Organization for Standardization, 2019.
- [10] C. Clapp ja S. Bernstein, “Noncontacting thickness gauge using beta rays,” *Electrical Engineering*, vol. 69, nro. 4, 1950.
- [11] D. F. Swinehart, “The Beer-Lambert Law,” *Journal of Chemical Education*, vol. 39, nro. 7, s. 333, 1962.
- [12] M. Kimura, S. S. Matsui, ja K. Nakata, “A method for obtaining a local density variation in a sheet,” *Sen’i Gakkaishi*, vol. 41, nro. 7, 1985.
- [13] J. Anttila ja T. Pettersson, “Non-contact measurement of local grammage and mechanical material properties,” *Measurement Science and Technology*, vol. 8, s. 921, 1997.

- [14] O. Schultz-Eklund, C. Fellers, ja P. Johansson, “Method for the local determination of the thickness and density of paper,” *Nordic Pulp and Paper Research Journal*, vol. 7, nro. 3, s. 133–139a, 1992.
- [15] C. Mo, G. Wang, S. Huan, J. Wen, Z. Xu, *et al.*, “Study on paper’s basis weight measurement method by double monochromatic light sources,” *8th International Symposium on Advanced Optical Manufacturing and Testing Technologies*, vol. 9684, s. 96841X1–96841X7, SPIE, 2016.
- [16] S. M. Ross, *Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists*. Elsevier, 2014.
- [17] G. Strang, *Introduction to Linear Algebra*. Cambridge Press, 5. painos, 2021.

7 Liitteet

```

1 def calc_basis_weight_estimate_reduced(df):
2
3     exclude_ranges = [
4         (0, 8000),
5         (16000, 17000),
6         (24500, 25500),
7         (33500, 34500),
8         (42500, 43500),
9         (51500, 52500),
10        (60500, 61500),
11        (69000, 70000),
12        (78000, 79000),
13        (87000, 88000),
14        (96000, 97000),
15        (105000, 106000),
16        (113500, 114500),
17        (122500, 123500),
18        (131500, 132500),
19        (140500, 141500),
20        (149000, 150000),
21        (158000, 159000),
22        (167000, 168000),
23        (176000, 177000),
24        (185000, 186000),
25        (194000, 195000),
26        (203000, 204000),
27        (211500, 212500),
28        (220500, 221500),
29        (229000, 230000),
30        (238000, 239000),
31        (247000, 248000),
32        (256000, len(df))
33    ]
34
35    # creating a mask over paper strip connections
36    mask = np.ones(len(df), dtype=bool)
37    if exclude_ranges:
38        for start, end in exclude_ranges:
39            mask[start:end] = False
40
41    # creating the reduced datasets
42    A = df["Caliper"].to_numpy()[mask]
43    T = df[TRANSMISSION_CHANNEL].to_numpy()[mask]
44    BW = df[BW_CHANNEL].to_numpy()[mask]
45
46    # inversing transmission data
47    inv_T = 1.0 / T
48
49
50    ### regression models: ###
51
52    # 1. additive model (aA + bT)

```

```

53 X1 = np.vstack([A, T]).T
54 coeffs1, *_ = np.linalg.lstsq(X1, BW, rcond=None)
55 a1, b1 = coeffs1
56 est1 = X1 @ coeffs1
57
58 # 2. interactive model (aA + bT + dAT)
59 X2 = np.vstack([A, T, A * T]).T
60 coeffs2, *_ = np.linalg.lstsq(X2, BW, rcond=None)
61 a2, b2, d2 = coeffs2
62 est2 = X2 @ coeffs2
63
64 # 3. full interactive model with intercept (c + aA + bT + dAT)
65 X3 = np.vstack([np.ones_like(A), A, T, A * T]).T
66 coeffs3, *_ = np.linalg.lstsq(X3, BW, rcond=None)
67 c3, a3, b3, d3 = coeffs3
68 est3 = X3 @ coeffs3
69
70 # model coefficients
71 print("\n" + "="*50)
72 print("CALCULATED MODEL COEFFICIENTS")
73 print("="*50)
74
75 print(f"\n[Model 1: Additive]")
76 print(f"  a (Caliper)    = {a1:>10.4f}")
77 print(f"  b (Trans.)      = {b1:>10.4f}")
78
79 print(f"\n[Model 2: No Intercept]")
80 print(f"  a (Caliper)    = {a3:>10.4f}")
81 print(f"  b (Trans.)      = {b3:>10.4f}")
82 print(f"  d (Interact.)  = {d3:>10.4f}")
83
84 print(f"\n[Model 3: Full Interaction]")
85 print(f"  c (Intercept)  = {c3:>10.4f}")
86 print(f"  a (Caliper)    = {a3:>10.4f}")
87 print(f"  b (Trans.)      = {b3:>10.4f}")
88 print(f"  d (Interact.)  = {d3:>10.4f}")
89 print("="*50 + "\n")
90
91 # stats for the coefficients
92 stats = {
93     "A": np.corrcoef(A, BW)[0, 1],
94     "T_inv": np.corrcoef(inv_T, BW)[0, 1],
95     "M1": np.corrcoef(est1, BW)[0, 1],
96     "M3": np.corrcoef(est3, BW)[0, 1],
97     "M2": np.corrcoef(est2, BW)[0, 1],
98     "COMB": np.corrcoef(inv_T, A)[0,1]
99 }
100
101 # correlaton coefficients
102 print("\n" + "="*50)
103 print("CORRELATION COEFFICIENTS")
104 print("="*50)
105 print(f"Optical Density: r = {stats['T_inv']:.4f}")
106 print(f"Caliper: r = {stats['A']:.4f}")

```

```

107 print(f"Additive model: r = {stats['M1']:.4f}")
108 print(f"Interactive model: r = {stats['M3']:.4f}")
109 print(f"Full interaction model: r = {stats['M2']:.4f}")
110 print(f"Optical density vs Caliper: r = {stats['COMB']:.4f}")
111 print("="*50)
112
113 # figure 1: transmission and thickness correlations
114 fig1, (ax_a, ax_t, ax_comb) = plt.subplots(1, 3, figsize=(18,
115 6))
116
117 ax_a.scatter(A, BW, alpha=0.3, color='tab:blue', s=10,
118 rasterized=True)
119 ax_a.set_xlabel("Paksuus [\u00b5m]")
120 ax_a.set_ylabel("Neliomassa [g/m2]")
121
122 ax_t.scatter(inv_T, BW, alpha=0.3, color='tab:blue', s=10,
123 rasterized=True)
124 ax_t.set_xlabel("Optinen tiheys [1/%]")
125 ax_t.set_ylabel("Neliomassa [g/m2]")
126
127 ax_comb.scatter(inv_T, A, alpha=0.3, color='tab:green', s=10,
128 rasterized=True)
129 ax_comb.set_xlabel("Optinen tiheys [1/%]")
130 ax_comb.set_ylabel("Paksuus [\u00b5m]")
131
132 fig1.tight_layout(pad=3.0)
133 plt.show()
134
135 # figure 2: regression model correlations
136 fig2, axes = plt.subplots(1, 3, figsize=(18, 6), sharey=True)
137
138 model_data = [
139     (est1, "1. Additive", "tab:olive", stats['M1']),
140     (est2, "2. No Intercept", "tab:purple", stats['M2']),
141     (est3, "3. Full Interaction", "tab:red", stats['M3'])
142 ]
143
144 ideal_line = [BW.min(), BW.max()] # dotted line corner to
145 corner (r=1)
146
147 for i, (est, title, color, r_val) in enumerate(model_data):
148     axes[i].scatter(est, BW, alpha=0.3, color=color, s=10,
149 rasterized=True)
150     axes[i].plot(ideal_line, ideal_line, 'k--', alpha=0.8,
151 label="Perfect Fit")
152     if i == 1: axes[i].set_xlabel("Neliomassan estimaatti [g/m2
153 ]")
154     if i == 0: axes[i].set_ylabel("Neliomassa [g/m2]")
155     axes[i].grid(True, linestyle=':', alpha=0.6)
156
157 fig2.tight_layout(pad=3.0)
158 plt.show()
159

```

```
return est3
```

Funktio 1: Esimerkki käytetystä funktiosta (Paperi 4)